

电磁场与电磁波

第15讲

5.5 多层平板介质中波的传播

6.1 波导概述

魏兴昌

浙江大学

weixc@zju.edu.cn

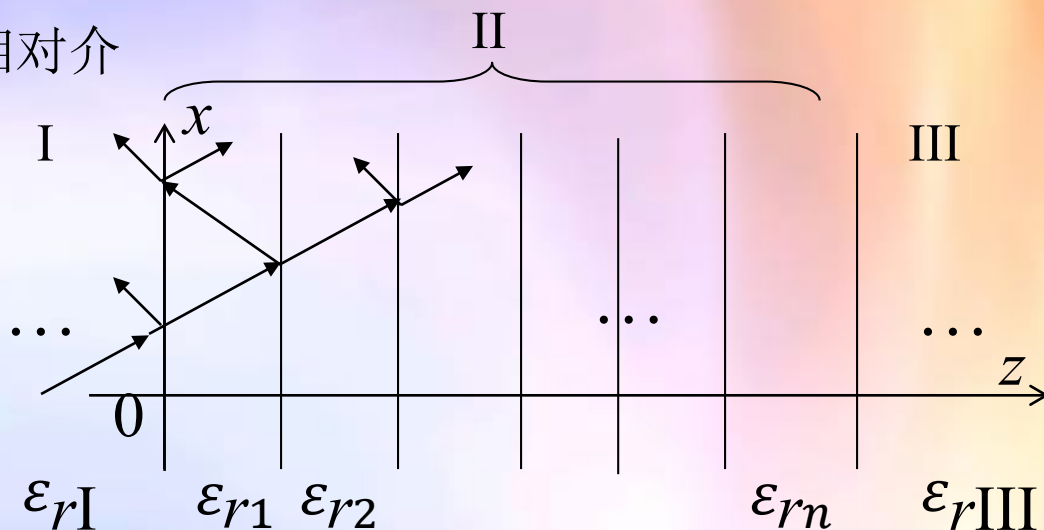
作业： 5.13， 5.15， 5.16， 5.18 例5-7， TM模入射

多层平板介质中波的传播

2

本节讨论的多层平板介质系统其相对介电常数沿 z 轴的分布可表示为

$$\varepsilon_r(z) = \begin{cases} \varepsilon_{rI} & z < 0 \\ \varepsilon_{r1} & 0 < z < z_1 \\ \varepsilon_{r2} & z_1 < z < z_2 \\ \vdots & \vdots \\ \varepsilon_{rn} & z_{n-1} < z < z_n \\ \varepsilon_{rIII} & z > z_n \end{cases}$$



区域I和III趋于无限。要确定区域I的反射波、区域III的透射波的大小及其传播方向，以及在 n 层介质内的场分布传播。

选取本征坐标系, $\mathbf{k} = k_x \mathbf{x}_0 + k_z \mathbf{z}_0, k_y = 0$

该问题的求解可以分解为TE波和TM波独立求解:

TE模, $\mathbf{E} = E_y \mathbf{y}_0, \mathbf{H} = H_x \mathbf{x}_0 + H_z \mathbf{z}_0$

TM模, $\mathbf{H} = H_y \mathbf{y}_0, \mathbf{E} = E_x \mathbf{x}_0 + E_z \mathbf{z}_0$

1. 等效为传输线,
求传输线参数

2. 求解传输线上 U 和 I

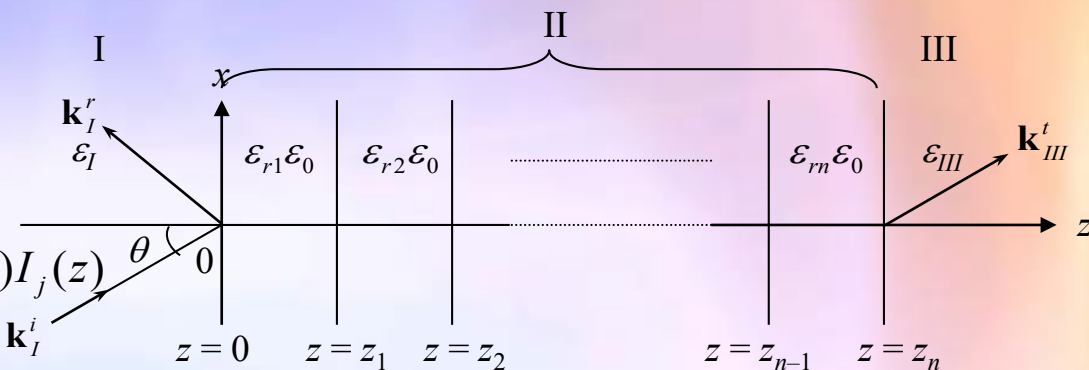
3. 由 U 和 I 求 E 、 H

多层介质中TE波传播的传输线模型

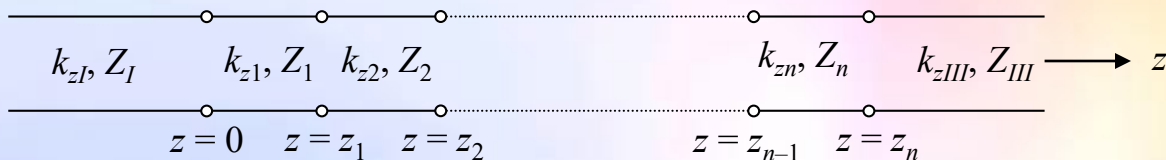
第 j 层介质中电压 $U(z)$ 、电流 $I(z)$ 与横向场量 E_{jy} , H_{jx} 关系为

$$\begin{cases} E_{yj}(x, z) = E_0 e^{-jk_{xj}x} e^{-jk_{zj}z} = \varphi_j(x) U_j(z) \\ H_{xj}(x, z) = -\frac{k_z}{\omega\mu} E_0 e^{-jk_{xj}x} e^{-jk_{zj}z} = -\varphi_j(x) I_j(z) \end{cases}$$

模式函数 $\varphi_j(x) = e^{-jk_{xj}x}$



(a)



(b)

1. 由电磁边界条件, 各个区域内波沿 x 方向传播常数一样

$$k_{xI} = k_{xIII} = k_{xj} = k_x = k_I \sin \theta$$

$$\varphi_j(x) = \varphi(x)$$

由反射、折射定理也可以推导出该结论

2. 根据介质交界面切向场量 E_y 、 H_x 连续, 可得交界面传输线上电压、电流连续, 沿 z 方向可以用传输线级联等效。

$$k_{zj} = \sqrt{k_i^2 - k_x^2} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_j - k_I^2 \sin^2 \theta}$$

$$Z_j = \omega\mu/k_{zj}$$

$$j = \text{I, III, } 1, 2, \dots, n$$

Step1: 计算区域I中的场

4

$z = 0^-$ 处反射系数

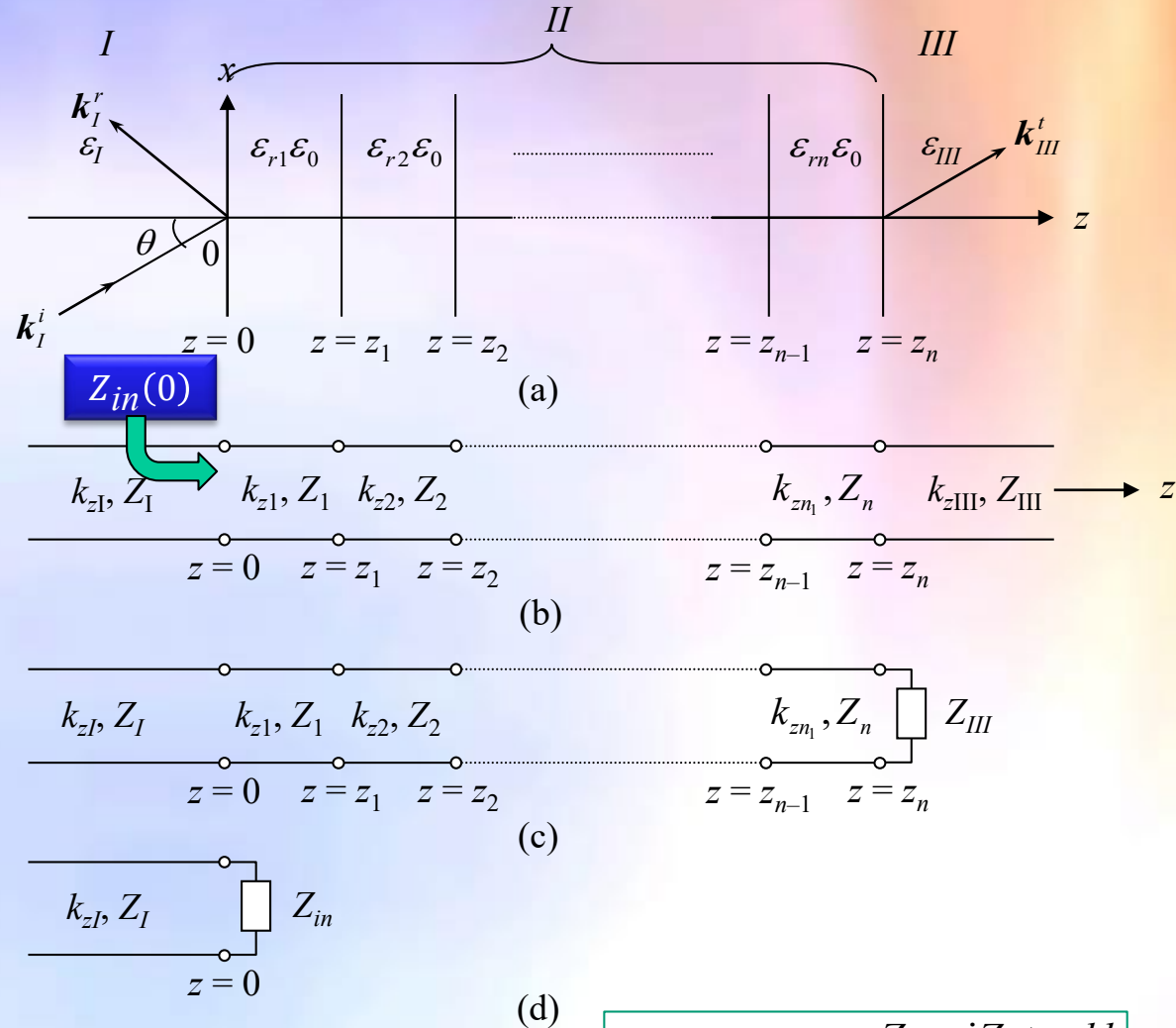
$$\Gamma_I(z = 0^-) = \frac{Z_{in}(0) - Z_I}{Z_{in}(0) + Z_I}$$

区域I中的电压、电流分布

$$\begin{cases} U_I(z) = [1 + \Gamma_I(z)] U_I^i e^{-jk_{zI}z} \\ I_I(z) = [1 - \Gamma_I(z)] \frac{U_I^i}{Z_I} e^{-jk_{zI}z} \end{cases}$$

式中

$$\Gamma_I(z) = \Gamma_I(z = 0^-) e^{j2k_{zI}z}$$



$$Z_{in}(z = -l) = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan kl}{Z_c + jZ_L \tan kl}$$

Step2: 中间区域 (II) 的场

5

$z = 0$ 界面 U 、 I 连续

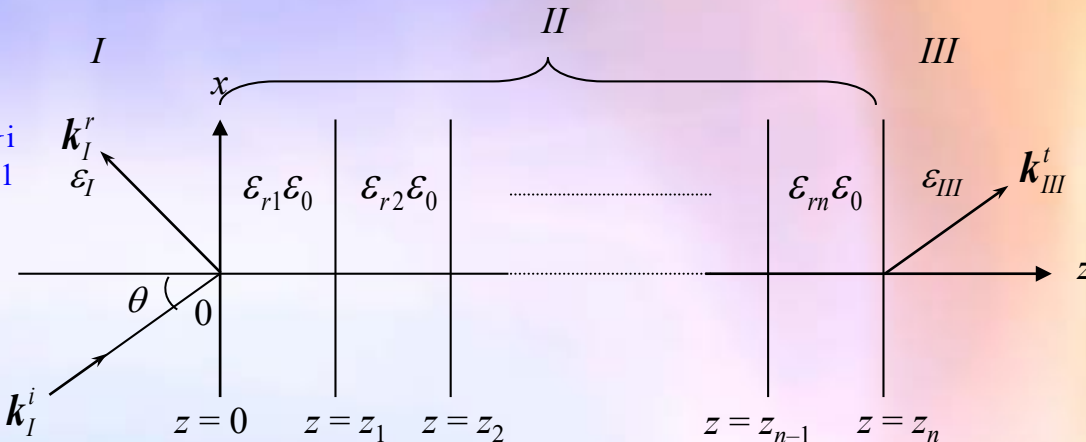
$$[1 + \Gamma_1(0^-)] U_1^i = [1 + \Gamma_1(0^+)] U_1^i$$

$$U_1^i = \frac{1 + \Gamma_1(0^-)}{1 + \Gamma_1(0^+)} U_1^i$$

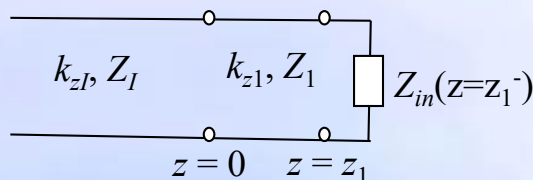
式中

$$\Gamma_1(0^+) = \Gamma_1(z = z_1^-) e^{-j2k_{z1}z_1}$$

$$\Gamma_1(z = z_1^-) = \frac{Z_{in}(z = z_1^-) - Z_1}{Z_{in}(z = z_1^-) + Z_1}$$



(a)



(b)

$$Z_{in}(z = -l) = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan kl}{Z_c + jZ_L \tan kl}$$

所以区域II第1节传输线上电压、电流为

$$U_1(z) = [1 + \Gamma_1(z)] U_1^i e^{-jk_{z1}(z-0)} \quad I_1(z) = [1 - \Gamma_1(z)] \frac{U_1^i}{Z_1} e^{-jk_{z1}(z-0)}$$

以此类推可得到区域II第二节、第三节以至第 n 节传输线上电压、电流分布。

Step3: 区域III中的场

6

在区域III，没有反射波，电压、电流都是行波。

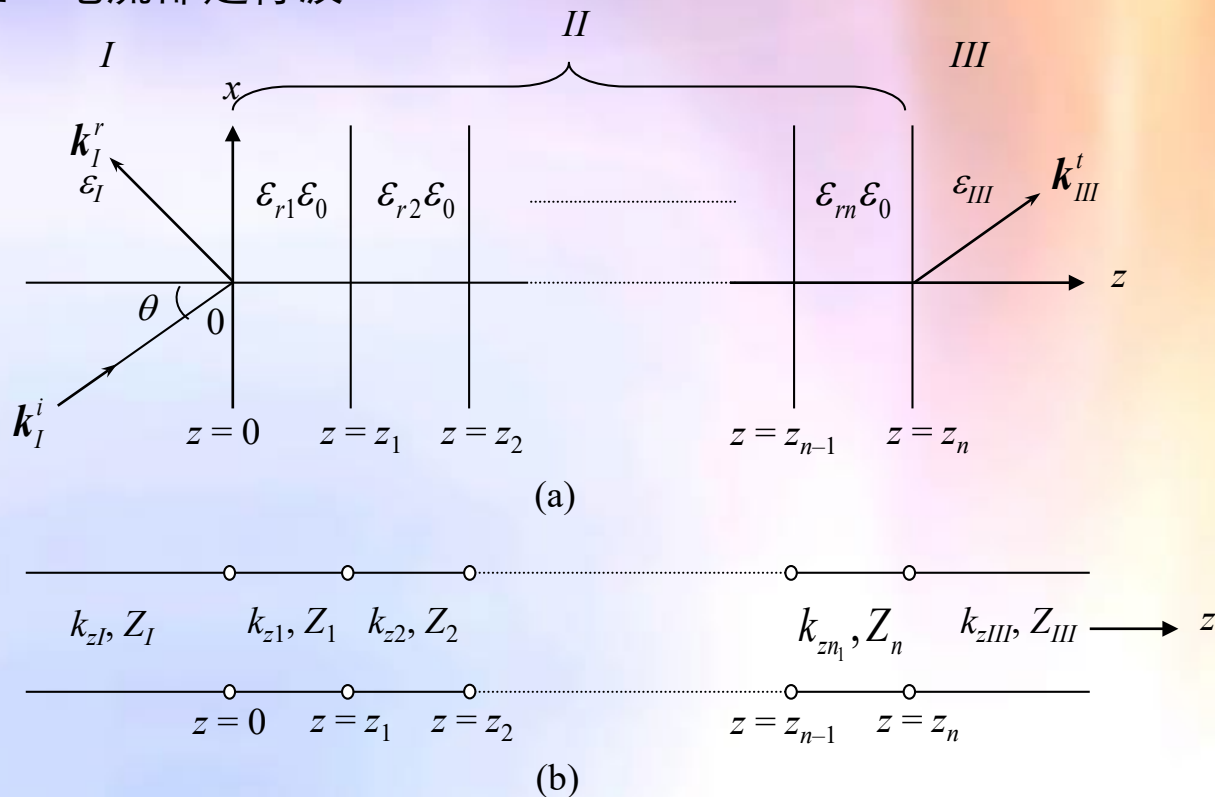
$$U_{\text{III}}^i(z = z_n^+) = U_n(z_n^-)$$

$$= U_n^i \left[1 + \Gamma(z_n^-) \right]$$

$$\Gamma(z_n^-) = \frac{Z_{\text{III}} - Z_n}{Z_{\text{III}} + Z_n}$$

$$U_{\text{III}}(z) = U_{\text{III}}^i e^{-jk_{z\text{III}}(z-z_n)}$$

$$I_{\text{III}}(z) = \frac{U_{\text{III}}^i}{Z_{\text{III}}} e^{-jk_{z\text{III}}(z-z_n)}$$



例5-7

7

TE入射平面波，波矢 $\mathbf{k}_1$ 以 $\theta = 30^\circ$ 倾斜投射到薄层介质，已知

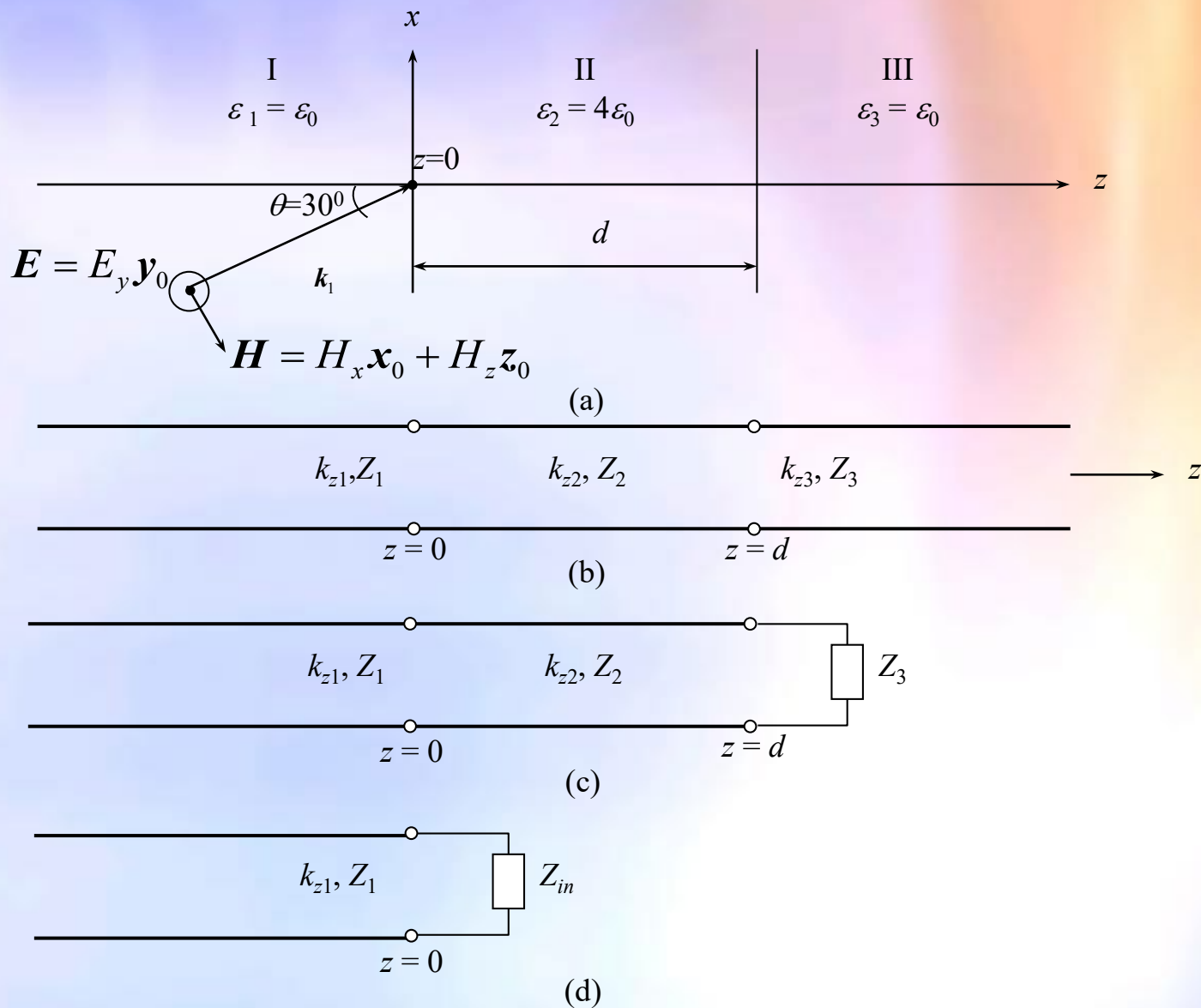
$$\varepsilon_{r_1} = \varepsilon_{r_3} = 1$$

$$\varepsilon_{r_2} = 4$$

$$k_{z2}d = 420^\circ$$

$$\left(\text{或} \frac{d}{\lambda} = \frac{7}{6} \right)$$

求 $z = 0$ 处反射系数 $\Gamma(0^-)$ 以及场分布。



1. 计算等效传输线参数

$$k_1 = k_3 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = k_0$$

$$k_2 = \omega \sqrt{4\epsilon_0 \mu_0} = 2k_0$$

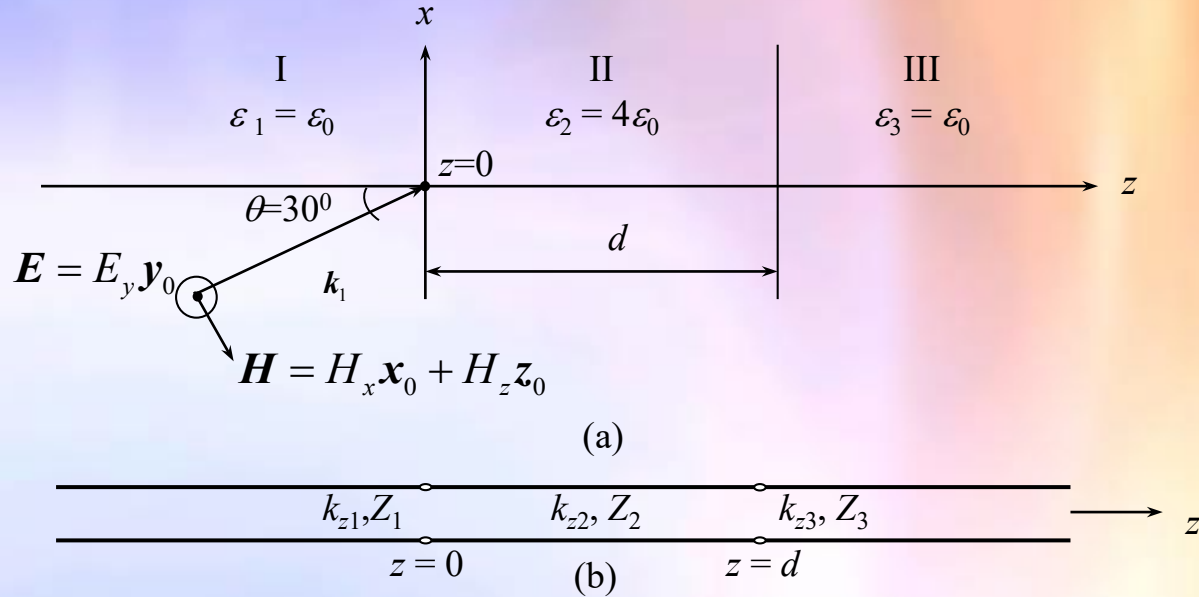
$$k_{x1} = k_{x2} = k_{x3}$$

$$= k_1 \sin 30^\circ = \frac{1}{2} k_0$$

$$k_{z1} = k_{z3} = \sqrt{k_1^2 - k_{x1}^2} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} k_0$$

$$k_{z2} = \sqrt{k_2^2 - k_{x2}^2} = \sqrt{4k_0^2 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2} = \sqrt{3.75} k_0$$

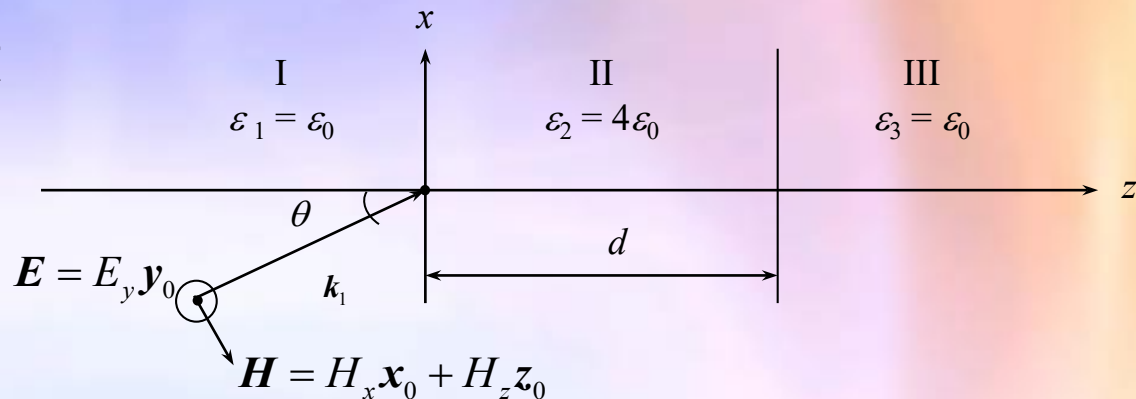
$$Z_1 = Z_3 = \frac{\omega \mu_0}{k_{z1}} = \frac{\omega \mu_0}{\frac{\sqrt{3}}{2} k_0} = \frac{2}{\sqrt{3}} \eta_0 = 435.3 \Omega \quad Z_2 = \frac{\omega \mu_0}{k_{z2}} = \frac{\omega \mu_0}{\sqrt{3.75} k_0} = \frac{\eta_0}{\sqrt{3.75}} = 194.7 \Omega$$



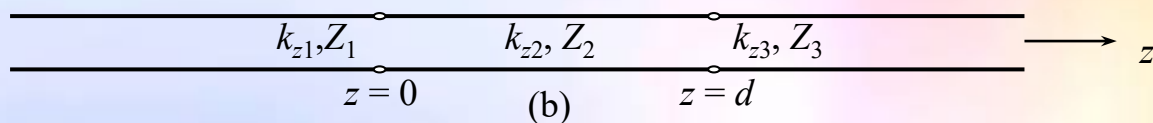
例5-7：公式计算方法

9

2. 利用公式计算反射系数和场分布。参见教材



(a)

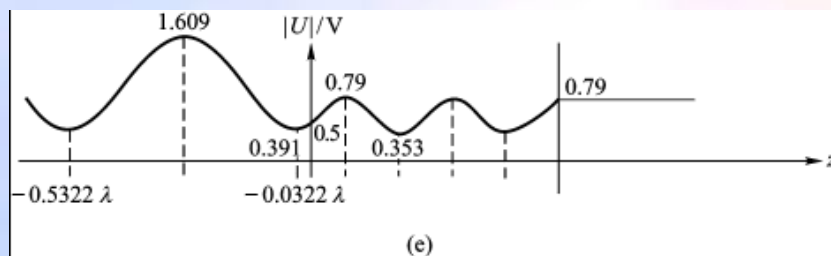


(b)

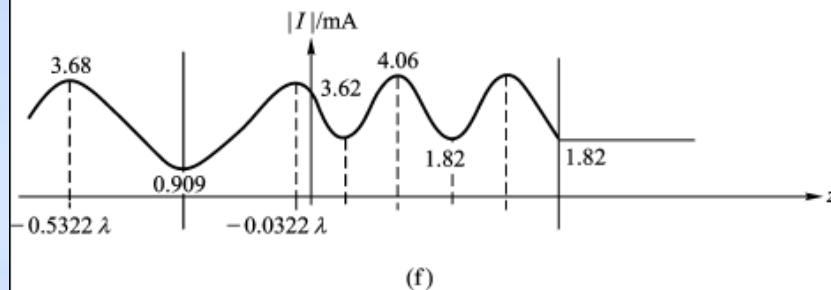
$$\frac{d_{\min 1}}{\lambda} = \text{mod} \left(\frac{\phi_0}{4\pi} - \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right)$$

mod表示求余数，使得

$$0 < \frac{d_{\min 1}}{\lambda} < \frac{1}{2}$$



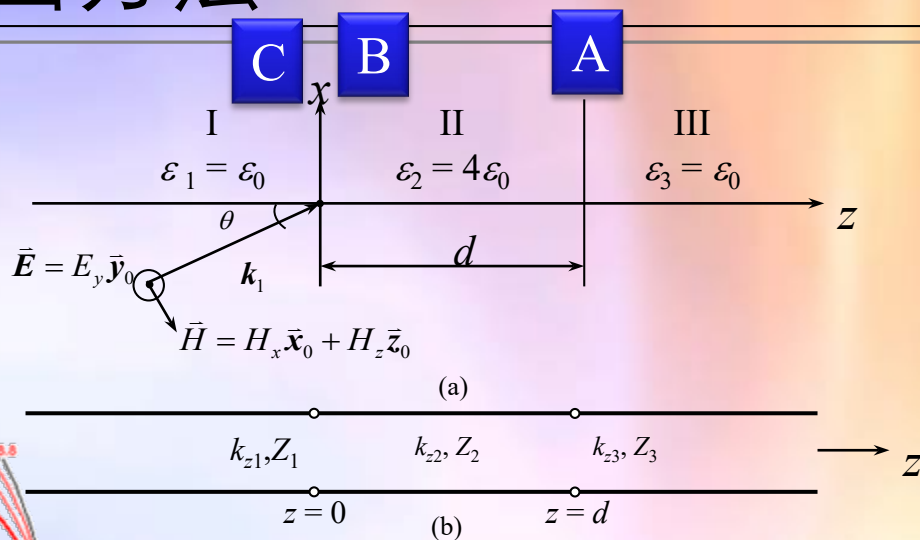
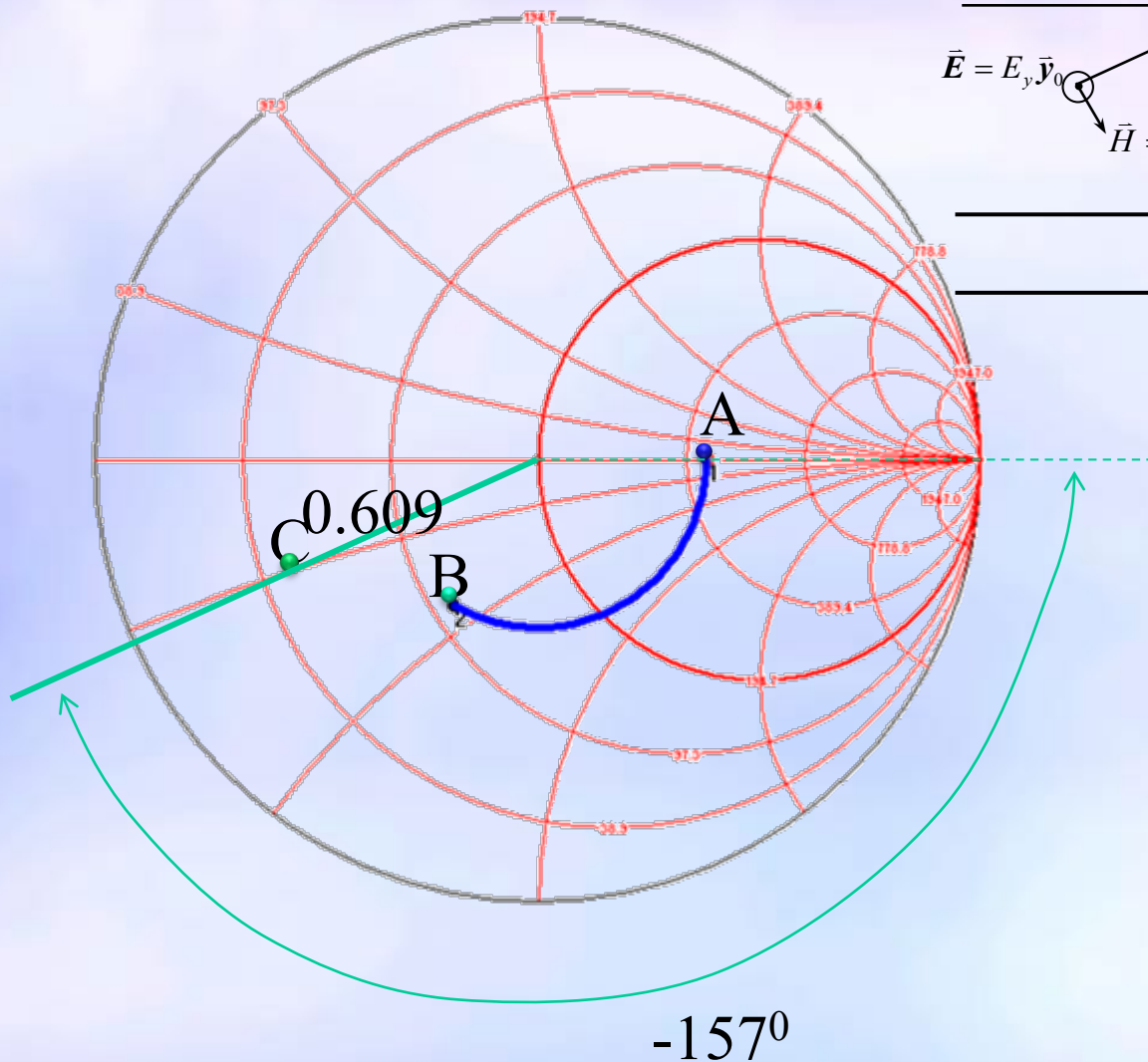
(e)



(f)

例5-7：圆图方法

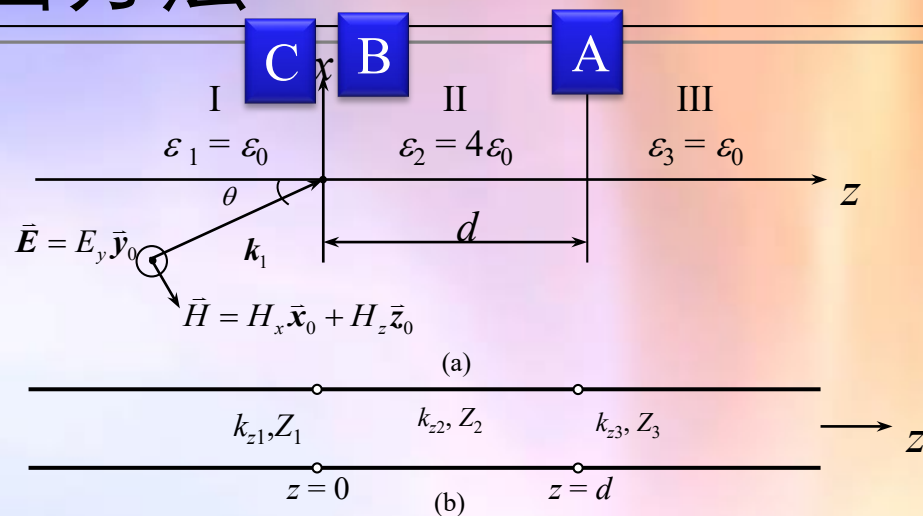
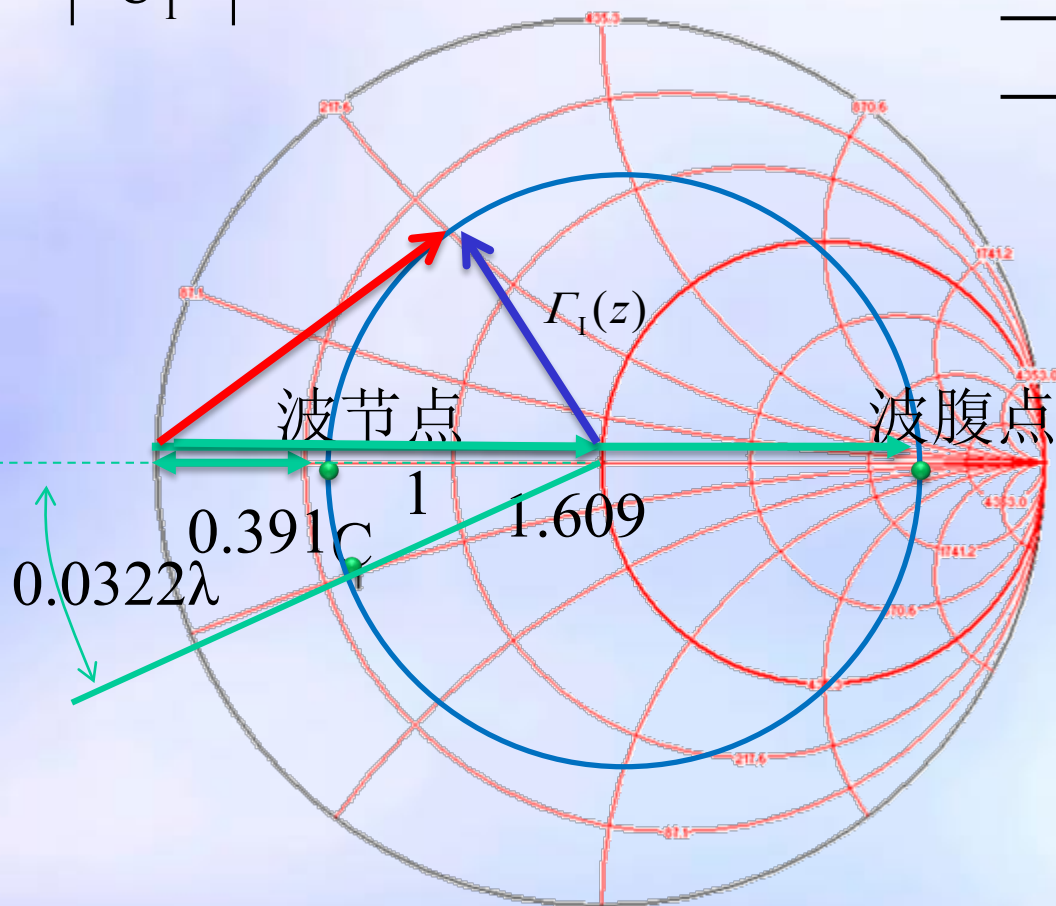
1. 求 $z=0$ 处的反射系数 $\Gamma(0^-)$



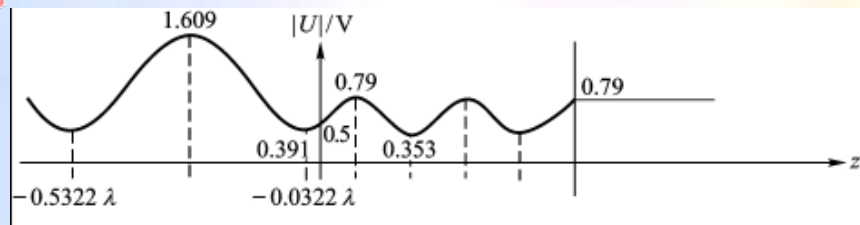
例5-7：圆图方法

2. 求区域I内的场分布

$$\left| \frac{U_I(z)}{U_I^i} \right| = |1 + \Gamma_I(z)|$$



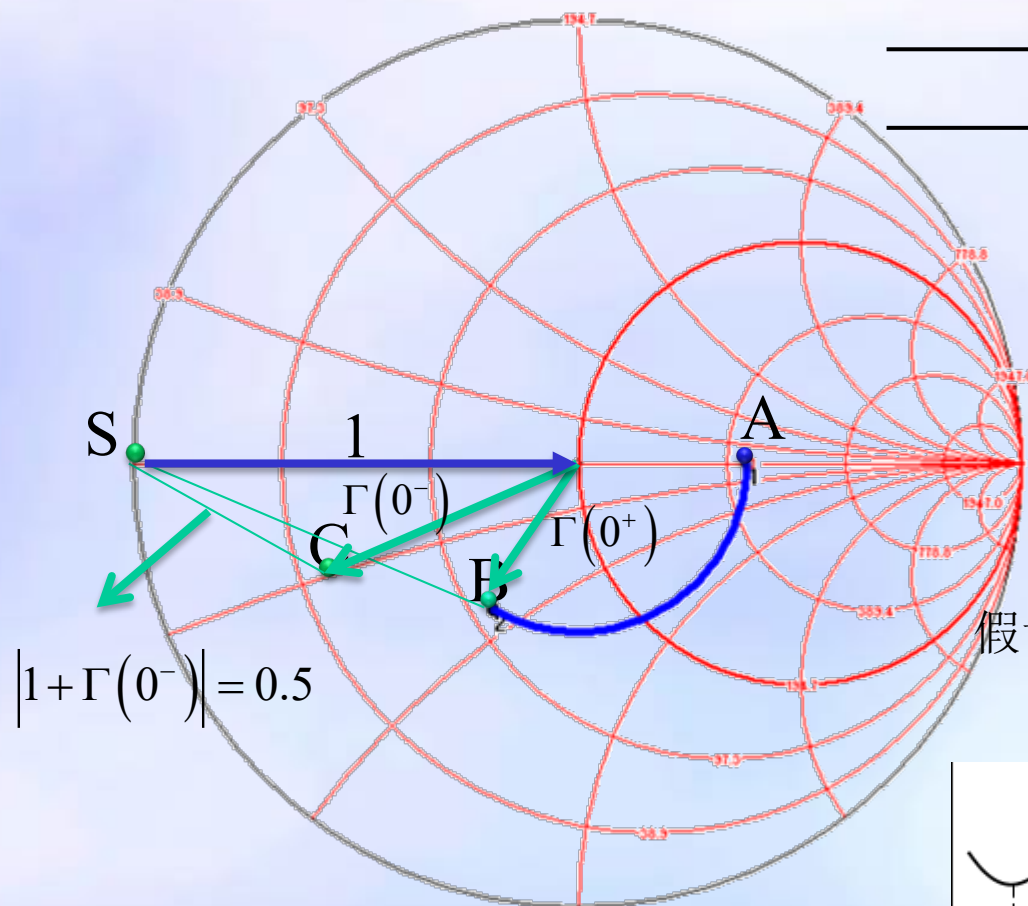
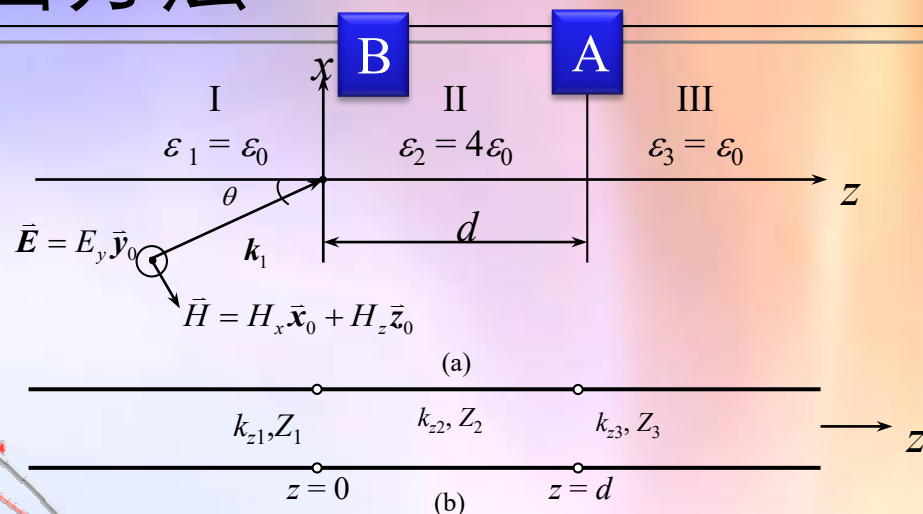
假设 $U_I^i = 1$



例5-7：圆图方法

12

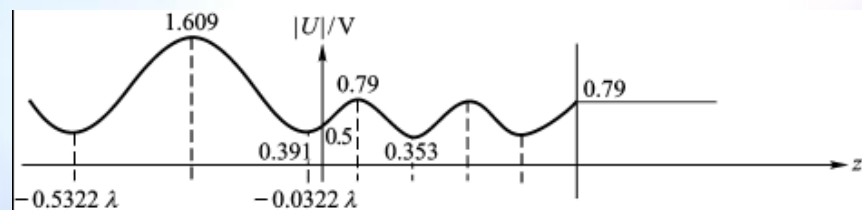
3. 求区域II内的场分布



$$[1 + \Gamma(0^-)] U_I^i = [1 + \Gamma(0^+)] U_{II}^i$$

$$|U_{II}^i| = \frac{|1 + \Gamma(0^-)|}{|1 + \Gamma(0^+)|} |U_I^i| = \frac{SC}{SB} = 0.57$$

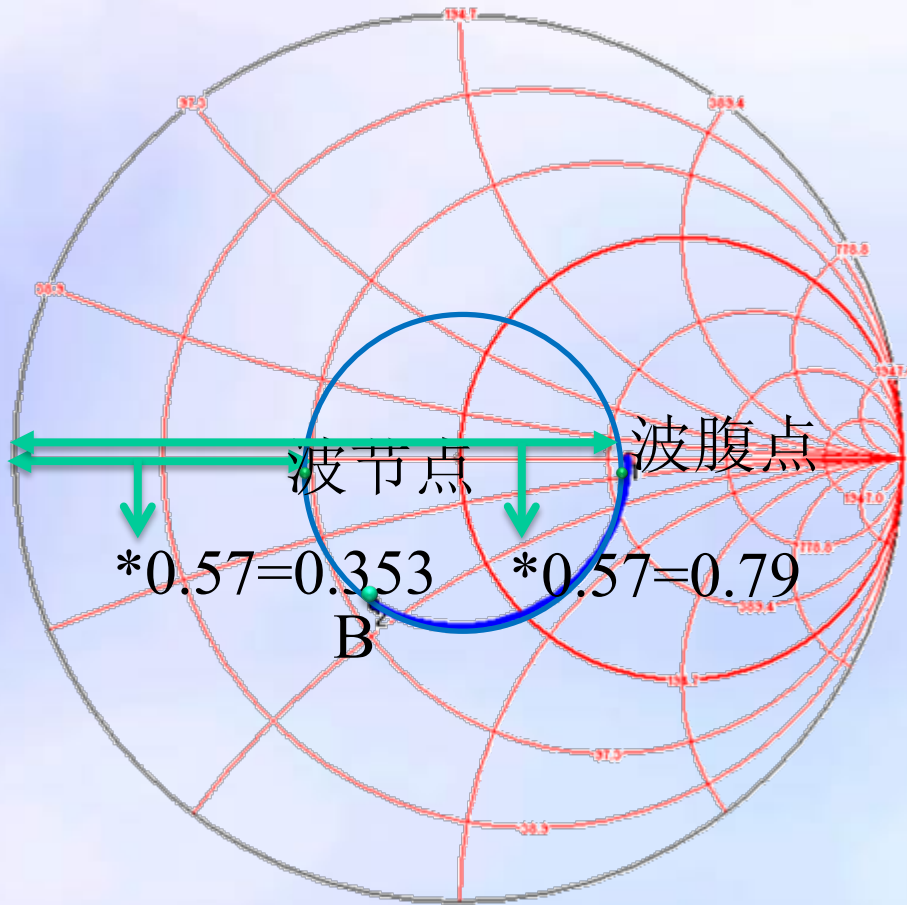
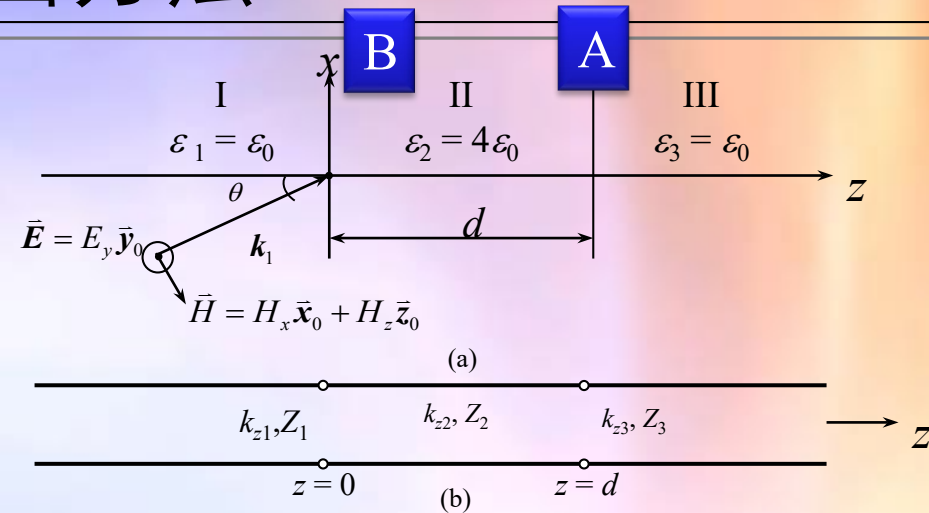
假设 $U_I^i = 1$



例5-7：圆图方法

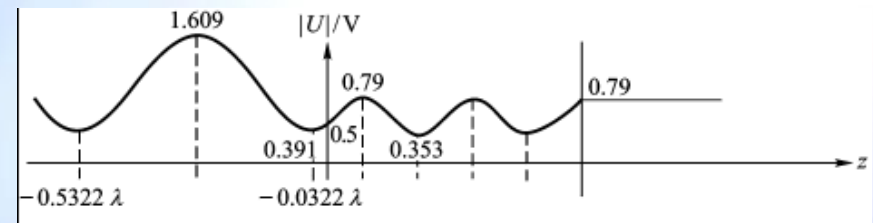
13

3. 求区域II内的场分布

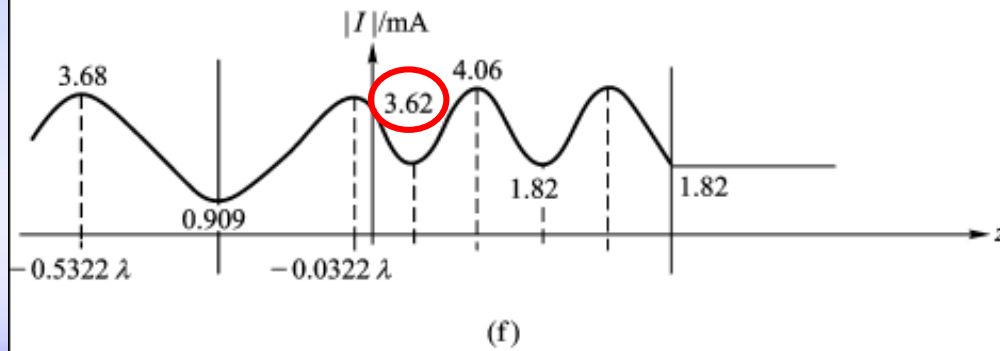
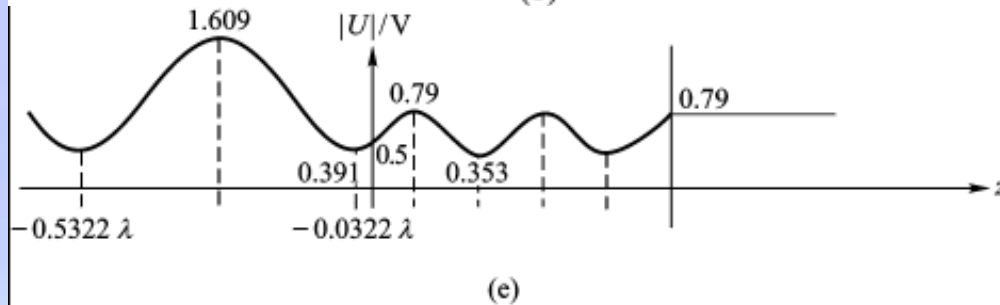
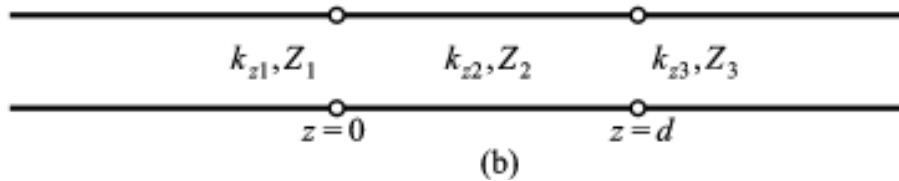
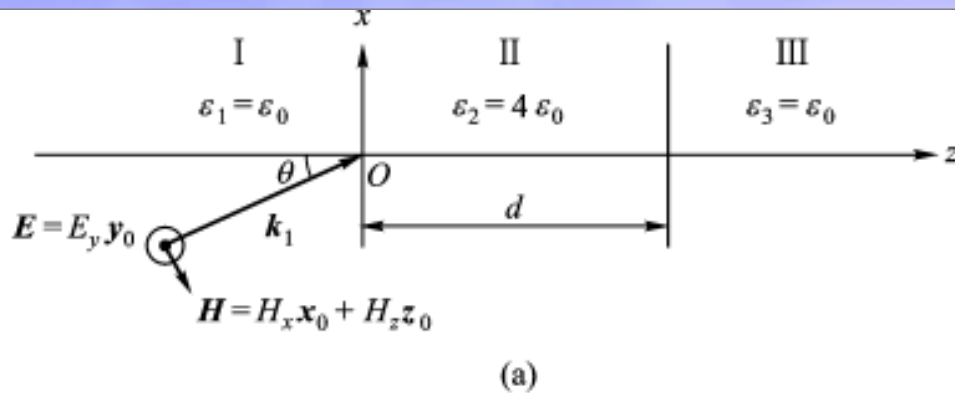


$$|U_{\text{II}}(z)| = |1 + \Gamma(z)| |U_{\text{II}}^i|$$

$$= 0.57 |1 + \Gamma(z)|$$



例5-7：求电流分布



$$U_{\text{II}}^i [1 + \Gamma(d^-)] = U_{\text{III}}^i (z = d^+)$$

$$U_{\text{III}}(z) = U_{\text{III}}^i e^{-jk_{z3}(z-d)}$$

根据 $U(z)$ 的分布求 $I(z)$ 的分布

■ $I_{\min}$ 对应 $U_{\max}$

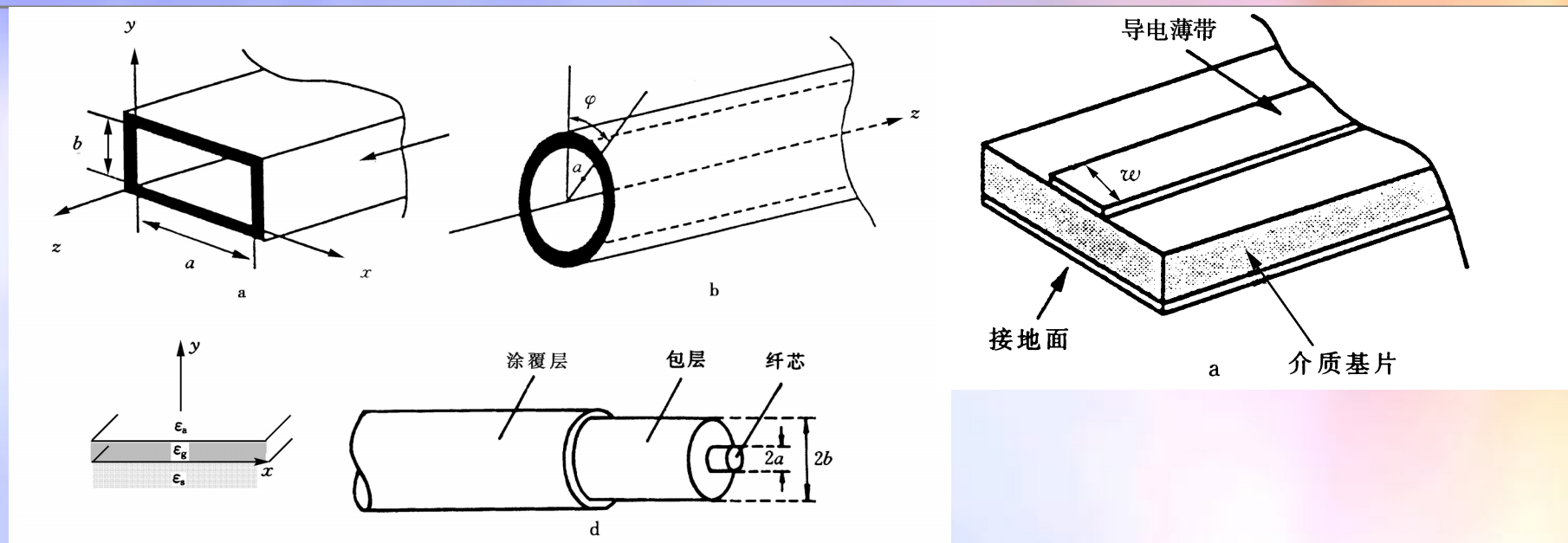
■ $I_{\max}$ 对应 $U_{\min}$

$$\begin{cases} I_{j,\min} = \frac{U_{j,\min}}{Z_j} \\ I_{j,\max} = \frac{U_{j,\max}}{Z_j} \end{cases} \quad j = 1, 2$$

$Z_{1,2}$ 为特征阻抗

第6章 波导

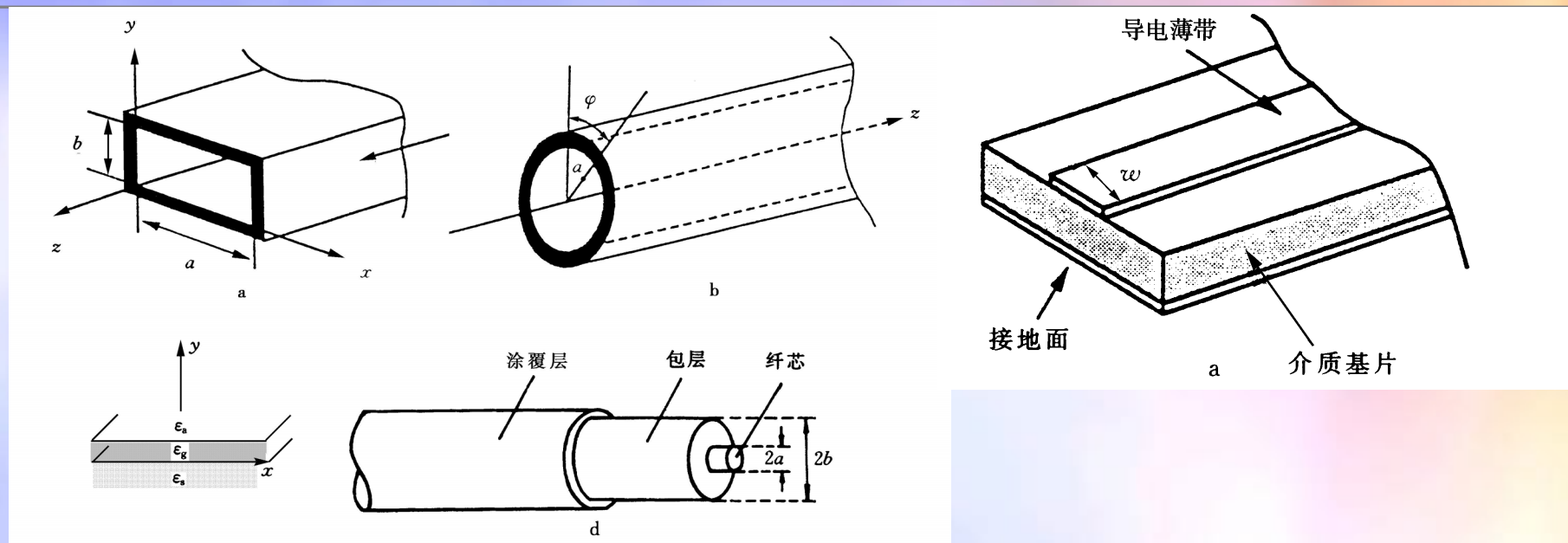
6.1 概述



导引电磁波的结构称为**波导**，用来定向传播电磁波。

本章着重讨论三类波导：

1. 柱形金属波导，包括矩形波导与圆波导，同轴线不作重点讨论；
2. 微带线与耦合微带线；
3. 平板介质光波导与光纤。



内部区域与外部区域：电磁波限制在内部区域传播。

电磁波限制在内部区域传播的基本过程：内部区域传播的电磁波倾斜投射到内外区域的交界面发生全内反射，从而沿内部区域轴线曲折向前传播。

波限制在内部区域传播的必要条件：内外区域的交界面发生全内反射。

波限制在内部区域传播的充分条件：内部区域波来回反射一次相移为 2π 整数。

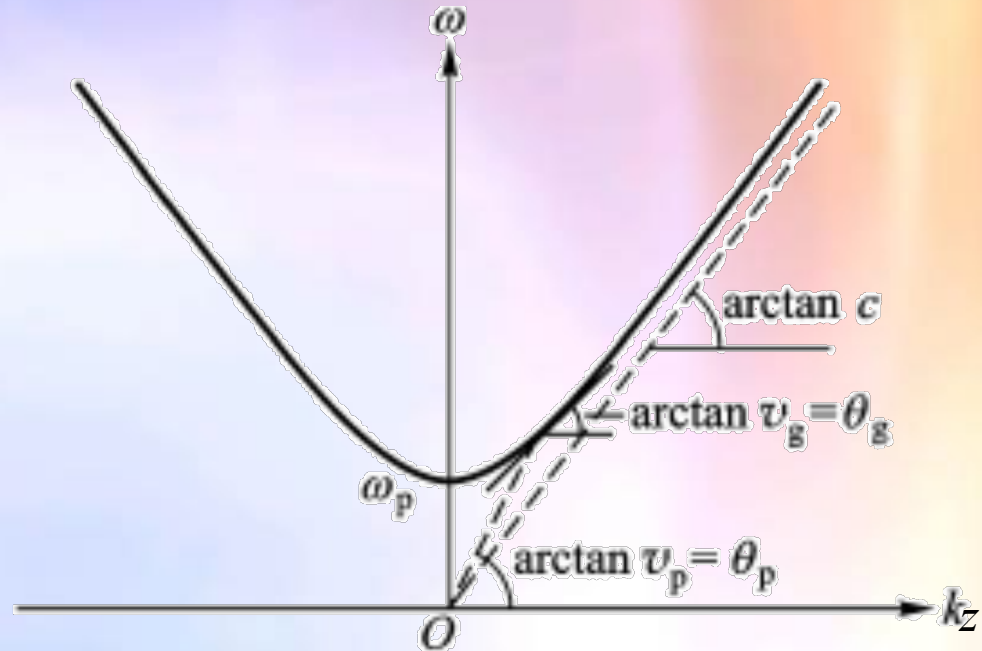
横向谐振原理：在波导横截面内，内部区域的场按驻波分布，场在横截面内发生谐振。

波导的特征参数

电磁波沿波导纵向（ z 方向）传播可以用传播常数为 k_z 的传输线来描述
描述波导的特征参数主要有：

- 1、色散特性
- 2、特征阻抗
- 3、损耗(包括在色散特性中)
- 4、场分布

色散特性表示波导纵向传播常数 k_z 与频率 ω 的关系，常用 ω - k_z 平面上的曲线表示。



曲线上任一点与原点连线斜率 ω/k_z 表示波导工作于该点所对应频率点的相速 v_p ，而切线斜率 $d\omega/dk_z$ 则表示工作于该点所对应频率点的群速 v_g 。

波导纵方向波长 $\lambda_z = 2\pi / k_z$ 。

波导的特征参数 - 色散

色散特性也可表示为 $(k_z/k_0)^2$ 与 ω 或 λ 关系, k_0 为自由空间波数。

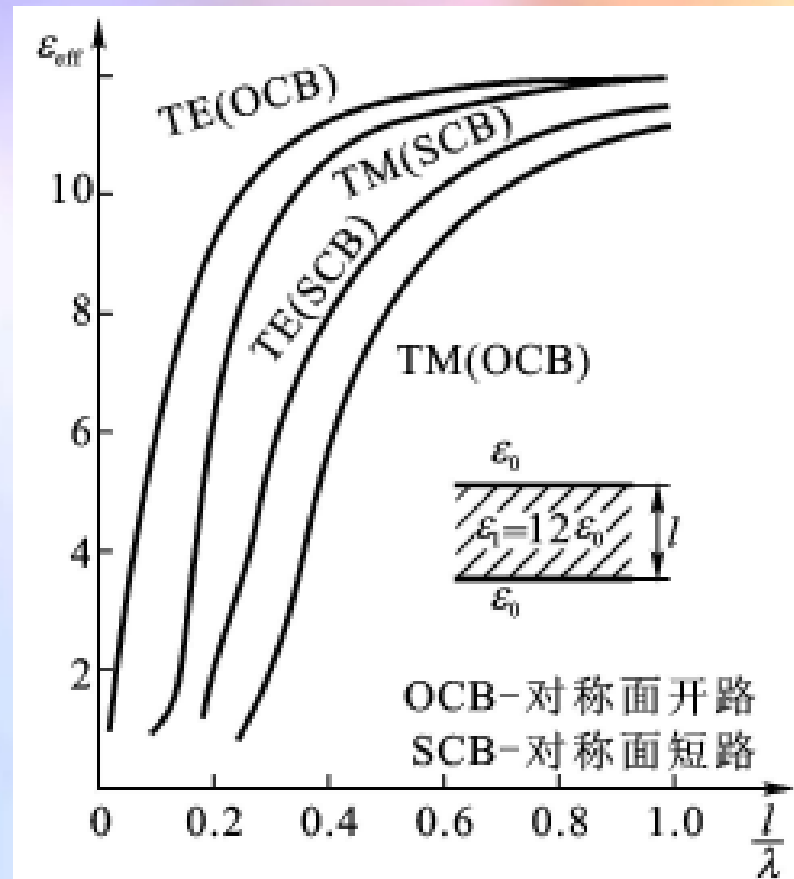
定义 $(k_z/k_0)^2$ 为有效介电常数 ϵ_{eff} ,

它表示波沿波导纵向 z 传播的速度与介电常数为 ϵ_{eff} 的介质中传播的光速相等。

色散特性也可直接表示为相速 v_p 与角频率 ω 关系, 即 $v_p - \omega$ 。

微波波段, 色散特性习惯用 $k_z - \omega$ 表示,

光波波段, 色散特性习惯用 $\epsilon_{\text{eff}} - \lambda$ 表示。



对称单层平板介质的色散关系

- 特征阻抗 Z 与传播常数 k_z 有关
$$Z = \begin{cases} \omega\mu/k_z, & \text{TE模} \\ k_z/\omega\varepsilon, & \text{TM模} \end{cases}$$
- 特征阻抗 Z 在幅值上反映波导横向电场与横向磁场之比。
- 阻抗匹配：当不同波导连接时，特征阻抗越接近，连接处的反射越小。
波导的特征阻抗是量度连接处对电磁能反射大小的一个很有用的参量。

损耗是限制波导远距离传输电磁波的主要因素。高频段，金属波导的损耗小于同轴线和双导线。

目前光纤的损耗可以做到每公里0.2dB以下。

损耗的分析一般较难，本章不作专门讨论。

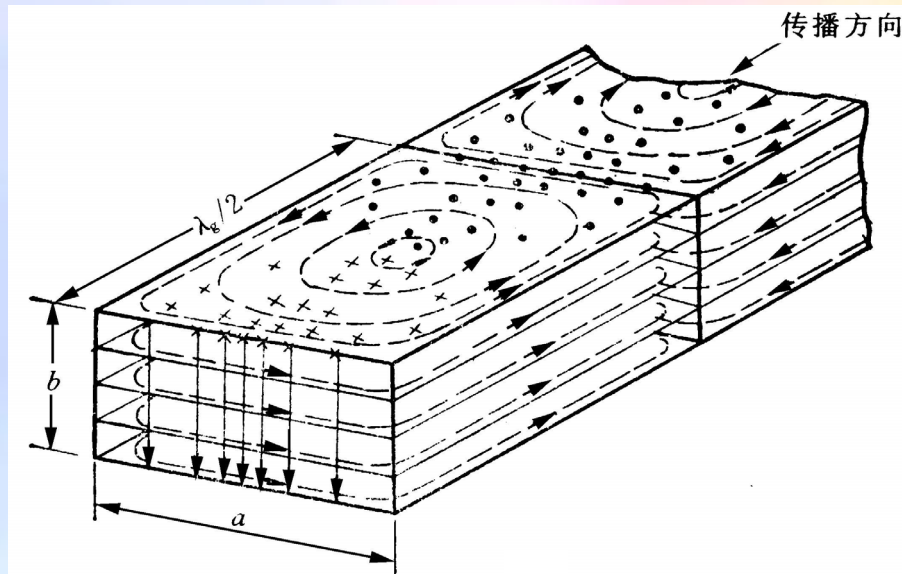
模式

1. 满足波导横截面边界条件的一种可能的场分布称为波导的模式，不同的模式有不同的场结构，它们都满足波导横截面的边界条件，可以独立存在。
2. 模式对应的场分布满足横向谐振原理，即在波导横截面内，场按驻波分布。

波导中的场结构可以分为两大类：

- TE 模：电场没有纵向分量
- TM 模：磁场没有纵向分量

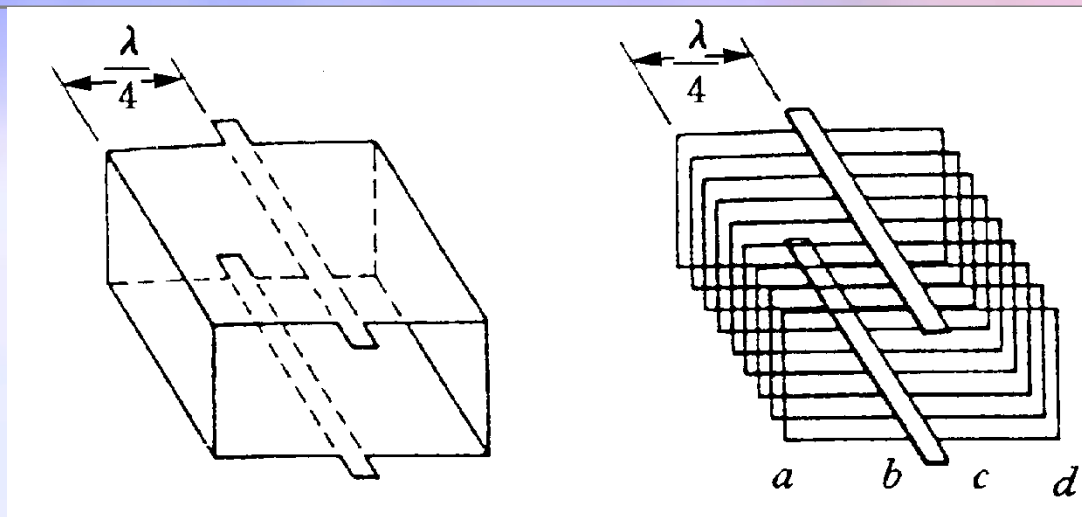
如果只对电磁波的远距离（相对于波长）传输感兴趣，并不十分关心场在波导横截面内的分布，那么最迫切要了解的是波导的色散特性。因为色散特性知道了，特征阻抗也就确定了。所以本章对波导问题的分析，对于色散特性给予较多的关注。



矩形波导中TE₁₀模场分布

矩形波导为什么能导引电磁波？

22



可以将矩形波导看成平行双导线并联上无限多 $\lambda/4$ 短路线而成。 $\lambda/4$ 短路线的输入阻抗为无穷大，平行双导线上并联一个无穷大的阻抗对双导线上波的传播没有影响，无限多 $\lambda/4$ 短路线的并联就形成封闭结构——中空的金属波导。

注意，中空的金属波导与平行双导线还有本质的差别。中空的金属波导管场只局限于金属波导管内，而平行双导线场在横截面并不局限在某一区域。

对矩形波导的研究，不仅因为矩形波导有实用价值，还在于对矩形波导分析得出的概念、结论对于理解其他各类波导非常有益。因为矩形波导边界条件规则可以得到解析解，有关波导的各种概念可以得到清晰的解释。

- 导引电磁波的结构称为波导
 - 在横截面，场局限在内部区域，取驻波分布；
 - 纵向趋于无穷远，无反射，为行波。
 - 描述波导的特征量有模式（横截面场分布）、色散特性、特征阻抗、损耗。

复习范围 5.5, 6.1